

VOORONDERZOEK NAAR DE AFVOER ONDER
EEN SCHERM
T.B.V.
HET SELECTIEF ONTTREKKEN VAN WATER

tussentijds bericht

Nota W-72.133

INHOUD

Hoofdstuk 1	Inleiding	blz. 2
Hoofdstuk 2	Theoretische benadering van het probleem	blz. 3
Hoofdstuk 3	Theoriën van D. Harleman en G. Abraham	blz. 7
Hoofdstuk 4	Een eerste toetsing aan resultaten van modelonderzoek verricht door Harleman c.s.	blz. 14
	Appendix	blz. 20
	Lijst van gebruikte symbolen	blz. 21
	Literatuuroverzicht	blz. 23
	Lijst van bijlagen.	blz. 24

Inleiding

In het kader van de kwaliteitsbeheersing van het water van onze rivieren en meren wordt naar mogelijkheden gezocht om vloeistoffen met een van elkaar verschillende kwaliteit en/of samenstelling van elkaar te scheiden. In dit verband kan b.v. gedacht worden aan:

- a) Het ontziltten van meren en bekkens.
- b) Het opheffen van thermische stratificatie, die als gevolg van seizoenwisselingen in meren en bekkens kan optreden.
- c) Het dimensioneren van zowel koelwaterinlaten als koelwateruitlaten, in relatie tot het dichtheidsverschil tussen warm en koud water.
- d) Het verwijderen (of tegenhouden) van op het wateroppervlak drijvende olie of andere chemische of organische stoffen.

In die gevallen, waarin sprake is van een verschil in dichtheid, zoals in de bovengenoemde voorbeelden, is het mogelijk om onder bepaalde condities de verschillende vloeistoffen van elkaar te scheiden met behulp van schermconstructies. Hoe de schermconstructies worden aangebracht, hangt er van af welke van de vloeistoffen men wil verwijderen (selectief onttrekken). Voor de dimensionering van een dergelijke schermconstructie moeten de volgende vragen beantwoord worden:

- Hoe groot mag de stroomsnelheid in de te verwijderen vloeistoflaag zijn voordat tevens de andere vloeistof wordt meegenomen?
- Hoe groot is dan de maximaal selectief af te voeren hoeveelheid vloeistof?

In deze nota zal op deze vragen worden ingegaan voor een permanente of een quasi-permanente (getijbeweging) stromingstoestand, waarbij de zwaardere vloeistof wordt afgevoerd. Afhankelijk van de geometrische omstandigheden kunnen als gevolg van dichtheidsverschillen bij een quasi-permanente stromingstoestand interne translatiegolven optreden. Dit aspect wordt niet in deze nota behandeld.

De hier af te leiden formules, zullen, diepgaander dan in deze nota kon geschieden, aan de hand van nog door het Waterloopkundig Laboratorium te Delft te verrichten modelproeven op hun waarde worden getoetst.

2. Theoretische benadering van het probleem.

Door prof. J.Schönfeld is (zie lit. 1, hfdst. 3) een theorie ontwikkeld die het hiervoor genoemde probleem beschrijft voor een scherm met zeer kleine spleethoogten (D), zie fig. 1. Deze theorie is vergeleken met de resultaten van proeven, die P.Gabriël m.b.t. het selectief onttrekken van water in 1949 heeft uitgevoerd (lit. 2) De overeenstemming bleek goed te zijn (lit.1, blz. 3-8).

Daar bij het ontwerpen van dichtheidsschermen voor de uitwateringssluizen in de Oosterscheldedam en de Brouwersdam t.b.v. een eventuele ontziltting van het Zeeuwse Meer en het Grevelingenmeer, de spleethoogte niet te verwaarlozen is t.o.v. de zoute waterlaag, is de genoemde theorie voor dit geval uitgebreid. De formules, die hier worden afgeleid, gaan uit van dezelfde theoretische aanpak, waarbij het kernpunt de keuze van de aequipotentiaallijn t.p.v. P_2 is.

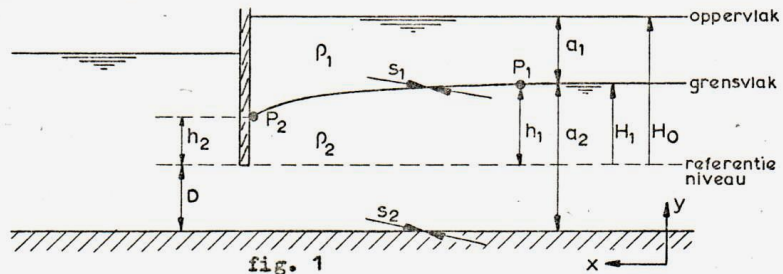


fig. 1

In het algemeen is er geen scherp grensvlak tussen boven- en onderlaag, maar zal de overgang gevormd worden door een gradiëntlaag. Bij de verdere aanpak wordt er als benadering echter vanuit gegaan dat er een scherp grensvlak is.

Er wordt geen vloeistof van de bovenlaag afgevoerd, hetgeen betekent dat $\int_{H_1}^{H_0} u_1 dy = 0$. Door de stroming in de onderlaag zal bij het grensvlak een gedeelte van de bovenlaag worden meegesleept. Er ontstaat zodoende een circulatiestroming in de bovenlaag. De stroomsnelheden in de bovenlaag (zie fig. 2) zijn echter een orde kleiner dan die in de onderlaag. Om deze reden nemen we aan dat de bovenlaag in rust is.

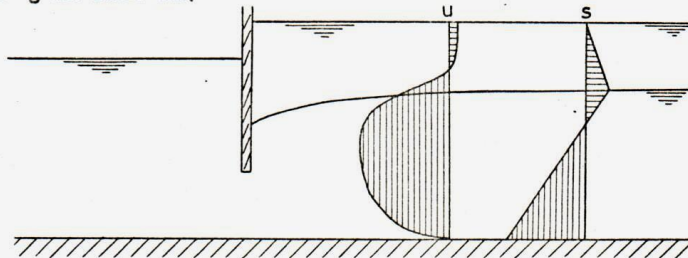


fig. 2

Het grensvlak vertoont een verhang, omdat de onderlaag water afvoert. Zolang de kromming van de stroomlijnen te verwaarlozen is, heerst er een quasi-hydrostatische drukverdeling in de onderlaag. In dat geval is de bewegingsvergelijking van de onderlaag (zie appendix A) :

$$\rho_2 \left(\frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta x} + g \frac{\delta H_1}{\delta x} \right) + \frac{\delta p_0}{\delta x} + \rho_1 g \frac{\delta a_1}{\delta x} + \frac{s_1 - s_2}{a_2} = 0 \quad (1)$$

Indien nu de stroming stationair is en de wrijving wordt verwaarloosd, laat de vergelijking zich vereenvoudigen tot

$$\rho_2 v \frac{dv}{dx} + \rho_2 g \frac{dH_1}{dx} + \rho_1 g \frac{da_1}{dx} = 0 \quad (2)$$

waarin v de gemiddelde snelheid langs de aequipotentiaallijn is. Als P_1 nu een punt is aan het grensvlak, waar de snelheid in de onderlaag klein is, dan is de gemiddelde snelheid t.p.v.

P_2 :

$$v_2 = \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}} \cdot \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (3)$$

Het is duidelijk dat het één-dimensionale karakter van de stromingstoestand t.p.v. P_2 niet meer opgaat. Aangenomen wordt, dat de waarde van v_2 volgens (3) in eerste benadering de gemiddelde snelheid langs de aequipotentiaallijn t.p.v. P_2 weergeeft.

Om de afvoer per m' breedte van het scherm te kennen, is het nodig de lengte van de aequipotentiaallijn te weten, die door P_2 gaat. Aangenomen wordt, dat de waarde van v_2 volgens (3) in eerste benadering de gemiddelde snelheid langs de aequipotentiaallijn, die door punt P_2 gaat, weergeeft. De aequipotentiaallijn staat loodrecht op de stroomlijnen en is afhankelijk van de geometrische omstandigheden. Deze lijn moet loodrecht op de bodem staan, omdat de bodem eveneens een stroomlijn is. Veel moeilijker is de bepaling van het verloop van de lijn in P_2 . Over kleine afstand draait de stroomlijn daar iets minder dan 90° . Het ligt voor de hand de aequipotentiaallijn daar onder 45° (zie fig. 2a) te laten beginnen. Het verloop van de aequipotentiaallijn tussen P_2 en de bodem is verder moeilijk weer te geven. Eén geometrische factor is hierin echter nog niet betrokken nl. de spleethoogte. Rekening houdend met deze geometrische factor is de aequipotentiaallijn geschematiseerd zoals in fig. 2a is aangegeven. Deze schematisatie heeft een discontinuïteit, die in werkelijkheid niet bestaat. Om deze reden is een tweede schematisatie gegeven volgens fig. 2b, die de

aequipotentiaallijn in P_2 echter niet goed benadert.



fig. 2a

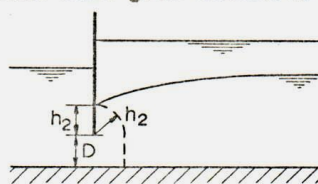


fig. 2b

De benadering van fig. 2b wordt in de verdere afleiding aangehouden.

De afvoer per m' breedte is dan:

$$q = \left(\frac{1}{2} \pi h_2 + D\right) v_2 = \left(\frac{1}{2} \pi h_2 + D\right) \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}} \cdot \sqrt{2g} \sqrt{h_1 - h_2} \quad (4)$$

Gevraagd wordt nu bij een bepaalde stand van het interne grensvlak h_1 , de maximale waarde van de afvoer q .

$$\text{Stel } \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} = \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{dq}{dh_2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\varepsilon} \sqrt{2g} \cdot \frac{1}{\sqrt{h_1 - h_2}} \cdot \left\{ h_1 - \frac{3}{2} h_2 - \frac{D}{\pi} \right\} \quad (6)$$

$$\frac{dq}{dh_2} = 0 \quad \text{indien} \quad \boxed{h_2 = \frac{2}{3} h_1 - \frac{2}{3} \frac{D}{\pi}} \quad (7)$$

$$\text{Dan is } \boxed{q_{\max.} = \pi \sqrt{\varepsilon} \sqrt{2g} \left(\frac{1}{3} h_1 + \frac{2}{3} \frac{D}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (8)$$

Opn. Wil men meer onttrekken dan wordt ook water van de bovenlaag meegezogen.

Bij de afleiding van de formules is uitgegaan van het selectief onttrekken van het water van de onderlaag; $h_2 = 0$ is dan de ondergrens, waarbij de formules geldig zijn. Uit (7) volgt, dat als $h_2 = 0$ wordt de bijbehorende waarde van $h_1 = \frac{D}{\pi}$ is. Zou $h_1 < \frac{D}{\pi}$ zijn dan wordt de maximaal mogelijke afvoer van de onderlaag t.a.v. het selectief onttrekken beperkt door het nieuwe criterium $h_2 = 0$.

Uit (4) volgt dan dat de afvoer van de onderlaag niet groter mag zijn dan

$$q = D \sqrt{\varepsilon} \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_1} \quad (9)$$

Samenvatting:

$$\text{Voor } h_1 \geq \frac{D}{\pi} \quad \text{geldt:} \quad q_{\max.} = \pi \sqrt{\varepsilon} \sqrt{2g} \left(\frac{1}{3} h_1 + \frac{2}{3} \frac{D}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (8)$$

$$\text{waarbij: } h_2 = \frac{2}{3} h_1 - \frac{2}{3} \frac{D}{\pi} \quad (7)$$

Voor $0 < h_1 \leq \frac{D}{\pi}$ geldt:

$$h_2' = 0 \quad \text{en}$$

$$q_{\max.} = D \sqrt{\epsilon} \sqrt{2g} \sqrt{h_1} \quad (9)$$

Opn. 1. Voor grote waarden van h_1 geeft de benadering van de aequipotentiaallijn volgens fig. 2b te grote waarden voor de lengte van de werkelijke aequipotentiaallijn en daarmee ook te grote waarden van de afvoer. Benadering van de aequipotentiaallijn volgens fig. 2a lijkt dan beter. De waarden van q vindt men door π te vervangen door $2\sqrt{2}$.

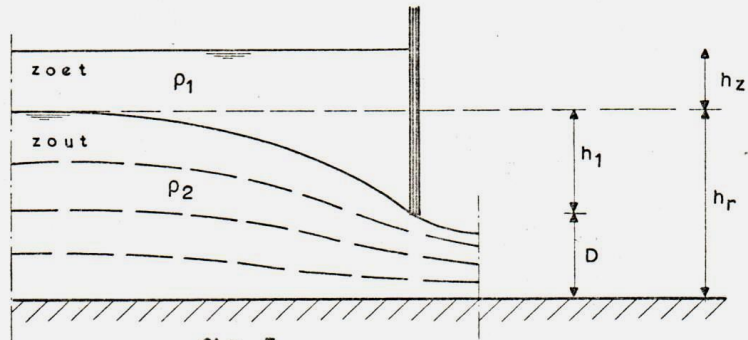
De grootte van deze afvoeren blijken toch maar globaal 2% lager te zijn (zie hfdst. 4).

Voor de veel voorkomende dichtheidsverschillen $\Delta \rho = 2, 15$ en 20 kg/m^3 zijn de formules op de bijlagen 1, 2 en 3 grafisch weergegeven.

3. Theoretische benaderingen volgens D.Harleman en G.Abraham.

Uit de literatuur zijn nog twee afleidingen* bekend van D.Harleman en één theorie van dr. ir. G.Abraham.

- a) de eerste theorie van Harleman, die dateert van april 1953 (lit. 3), gaat er van uit, dat in elke situatie, waarin alleen zout water onttrokken wordt, het interne grensvlak (tevens stroomlijn) direct naar de onderkant van het scherm toe kromt (fig. 3). Dit betekent, in vergelijking tot de hiervoor afgeleide formules, dat voor de gevallen waarin ongeveer $D < \frac{2}{3} (h_1 + D)$ Harleman kleinere toelaatbare afvoeren zal vinden, omdat de snelheidshoogte bij de sluis groter is dan het optimum, dat bij kritische stroming optreedt.



De gemiddelde snelheid in de opening V_D wordt gegeven door (lit. 3):

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot h_z \cdot h_r = \frac{\rho_1}{\rho_2} (h_z + h_1) \cdot (D - \Delta h_m) \cdot \frac{\alpha (V_D)^2}{2g} + h_f \quad (1)$$

Hierin is Δh_m het bedrag, dat het gemiddelde piëzometrisch niveau verschilt van de waarde D , die bij een hydrostatische drukverdeling verkregen zou zijn. Het totale wrijvingsverlies wordt door h_f weergegeven.

Uit (1) volgt:

$$\epsilon h_r = \epsilon \cdot D - \Delta h_m + \frac{\alpha (V_D)^2}{2g} + h_f \quad (2)$$

* afleiding wordt in het vervolg theorie genoemd.

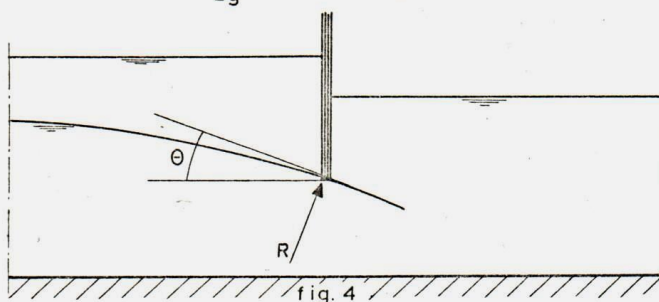
of te wel
$$\frac{h_r}{D} = 1 - \frac{\Delta h_m}{\epsilon D} + \frac{\alpha (V_d)^2}{2g\epsilon D} + \frac{h_f}{\epsilon D} \quad (3)$$

Door het invoeren van een intern Froudegetal $F_i = \frac{V_d}{\sqrt{\epsilon g D}} \quad (4)$

wordt (3)
$$\frac{h_r}{D} = 1 - \frac{\Delta h_m}{\epsilon D} + \frac{\alpha F_i^2}{2} + \frac{h_f}{\epsilon D} \quad (5)$$

Met de formules die Khafagi en Hammad (lit. 6) ontwikkeld hebben voor de drukverdeling bij een gekromd vrij oppervlak, wordt (zie fig. 4) gevonden, dat

$$\Delta h_m = \frac{V_d^2}{2g} (f_1(R) \cdot f_2(\theta)) \quad (6)$$



waarin: $f_1(R) = 1 - \left(\frac{3}{1.2ek}\right)^2$ met $k = \frac{D}{2.12R} \quad (7)$

en $f_2(\theta) = 1 - \frac{1}{\beta^2}$ met $\beta = \frac{1}{\theta} \left\{ \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right\} \quad (8)$

Na substitutie van (7) en (8) in (5), krijgt men na verwaarlozing van de wrijving:

$$\frac{h_r}{D} = 1 - \frac{F_i^2}{2} \{f_1(R) \cdot f_2(\theta)\} + \frac{\alpha F_i^2}{2} \quad (9)$$

of te wel: $\frac{h_r}{D} = \eta + \frac{\alpha F_i^2}{2}$ met $\eta = 1 - \frac{F_i^2}{2} \{f_1(R) \cdot f_2(\theta)\} \quad (10)$

Aangezien het bekend is dat voor gegeven randvoorwaarden de vorm van het oppervlak bij een stroom met vrij oppervlak, een functie is van het Froudegetal, mag worden aangenomen dat de geometrische functies die door (7) en (8) beschreven worden ook afhankelijk zijn van het Froudegetal. Deze formule is grafisch weergegeven op bijlage 4.

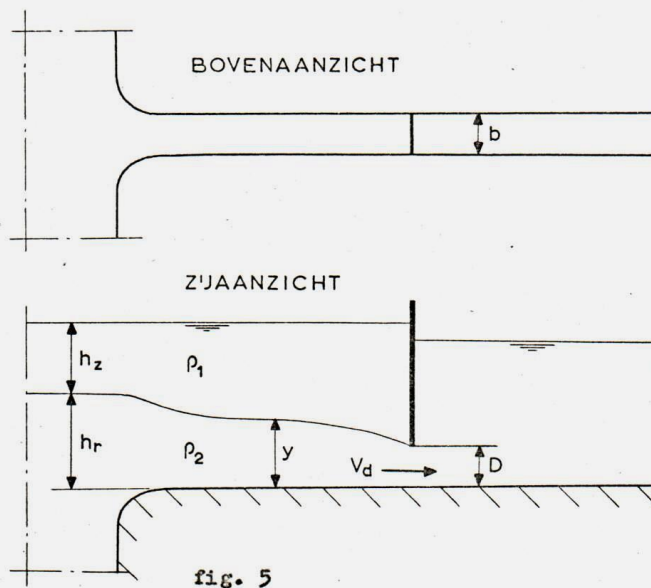
- b) De punten in de grafiek van bijlage 4 van de proeven van Harleman, waarbij de wrijving verwaarloosd mag worden, geven

een wat andere tendens aan dan zijn theorie weergeeft. Dit is waarschijnlijk een van de redenen geweest waarom Harleman in 1965 (lit. 4) met een andere theorie komt. Deze theorie gaat van dezelfde criteria uit als de theorie, die in het vorige hoofdstuk gegeven is, nl. :

- 1) bij kritische stroming van de onderlaag verkrijgt men de maximaal mogelijke afvoer van de onderlaag. Een grotere afvoer betekent dan ook een mee afvoeren van zoet water.
- 2) voordat kritische stroming van de onderlaag ontstaat kan er zoet water mee onttrokken worden, indien de spleethoogte van het scherm groter is dan de dikte van de onderlaag bij kritische stroming.

Het verschil tussen de theorie van Harleman en die van hoofdstuk 2 is, dat Harleman de invloed van de kromming van de stroomlijnen verwaarloost (te korte equipotentiaallijnen). Het ligt voor de hand, dat Harleman met deze theorie kleinere afvoeren vindt dan in de theorie, die gebaseerd is op de theorie van Schönfeld.

Onderstaande figuur geeft de proefopstelling van Harleman weer. Hierin zijn de gebruikte symbolen aangegeven.



De 2e theorie van Harleman gaat eveneens van de energievergelijking uit. Deze energievergelijking is:

$$h_r = y + \frac{V_y^2}{2 \epsilon g}, \text{ waarin } \epsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \text{ ----- (11)}$$

De gemiddelde snelheid van de onderlaag is

$$V_y = \frac{Q}{b \cdot y} \text{ ----- (12)}$$

Gesubstitueerd in (11) wordt dit:

$$Q^2 = 2 \epsilon g b^2 y^2 (h_r - y) \text{ ----- (13)}$$

Voor een gegeven waarde van h_r , wordt de maximum afvoer gevonden door (13) te differentiëren en de vergelijking nul te stellen. De kritieke diepte is dan

$$y_k = \frac{2}{3} h_r \text{ ----- (14)}$$

en de kritische afvoer

$$Q_k = b \sqrt{\epsilon g \left(\frac{2}{3} h_r \right)^3} \text{ ----- (15)}$$

Als nu $D > 2/3 h_r$ dan zal, voordat kritische stroming kan ontstaan, er reeds water van de bovenlaag worden meegezogen. De voorwaarde wordt in dit geval

$$h_r = D + \frac{V_d^2}{2 \epsilon g} \text{ ----- (16)}$$

en $Q_d = V_d b D \text{ ----- (17)}$

zodat $\frac{h_r}{D} = 1 + \frac{Q_d^2}{b^2 \cdot 2 \epsilon g D^3} \text{ ----- (18)}$

c) De theorie van dr. ir. G. Abraham (lit. 5)

Ook bij deze theorie wordt de wrijving aan de bodem en het interne grensvlak verwaarloosd evenals de kromming van de stroomlijnen dicht bij het scherm.

Abraham gaat van onderstaande schematisatie uit

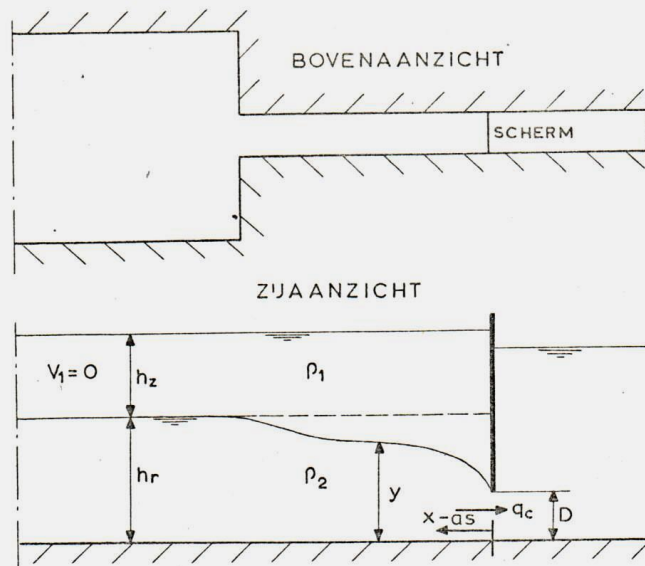


fig. 6

Omdat de breedte van het toeleidingskanaal stroomopwaarts groot is, wordt aangenomen dat de snelheid daar verwaarloosd mag worden. De energievergelijking wordt dan:

$$\frac{q^2}{2y^2} + \varepsilon gy = \varepsilon gh_r \quad \text{-----} \quad (19)$$

(zie ook (13))

Deze vergelijking moet ook bij de opening voldoen. Het laagste niveau van het grensvlak, waarbij geen water van de bovenlaag wordt meegezogen, is de onderkant van het scherm. Dan is de maximum waarde van de afvoer m.b.t. het selectief onttrekken bereikt:

$$\frac{q_k^2}{2D^2} + \varepsilon gD = \varepsilon gh_r \quad \text{-----} \quad (20)$$

of te wel:

$$q_k = D \left\{ 2\varepsilon g(h_r - D) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{voor } 0 < D < h_r \quad \text{-----} \quad (21)$$

Het maximum van q_k wordt bereikt voor $D = \frac{2}{3} h_r$

Dan is $q_{k,max} = \left\{ \varepsilon g \left(\frac{2}{3} h_r \right)^3 \right\}^{\frac{1}{2}} = (\varepsilon gD)^{\frac{1}{2}} D \quad \text{-----} \quad (22)$

of $\frac{V_{d,max}}{\varepsilon gh_r} = 1 \quad \text{-----} \quad (23)$

Formule (21) is grafisch weergegeven op bijlage 4

In het geval dat men te allen tijde selectief wil blijven onttrekken, zal deze formule slechts voor een beperkt aantal waarden van h_r gelden nl. voor $\frac{2}{3} h_r < D < h_r$ of te wel $D < h_r < \frac{3}{2} D$. Voor $h_r = \frac{3}{2} D$ wordt de kritieke afvoer m.b.t. het selectief onttrekken, juist bereikt op het moment dat de stroming kritisch wordt. Hierbij wordt dan tevens de grootst mogelijke afvoer (met of zonder selectieve afvoer) van de onderlaag bereikt. Indien nu $h_r > \frac{3}{2} D$ is, gaat de formule van Abraham uit van superkritische stroming, m.a.w. het moment van kritische stroming is men gepasseerd. Deze situatie kan misschien ontstaan als men een grotere afvoer dan die bij kritische stroming heeft gehad en dat men dus ook water van de bovenlaag heeft meegezogen, alvorens de afvoer zodanig is afgenomen, dat het moment van selectief onttrekken weer aanbreekt.

Het beste kan de toepasbaarheid van de formules gekenschetst worden aan de hand van de lozing van een uitwateringsluis, waarbij de afvoer door een getijbeweging bepaald wordt en waarvoor een dichtheidsscherm is opgesteld, dat dieper reikt dan het interne grensvlak (zie fig. 7). Op het moment, dat de druk op de bodem van de sluis aan binnen-en buitenzijde gelijk is, opent men de sluis. Naarmate het getij vordert, neemt de afvoer toe. In eerste instantie zal alleen water van de onderlaag afgevoerd worden, totdat de afvoer de kritieke waarde voor het selectief onttrekken heeft bereikt. Dit moment wordt beschreven door de formules van hoofdstuk 2 en de tweede theorie van Harlans. De afvoer neemt verder toe, waarbij tevens water van de bovenlaag meegenomen wordt. De afvoer bereikt vervolgens haar maximum en neemt daarna weer af, totdat het moment bereikt wordt, waarop weer selectief onttrokken wordt. De formules van Abraham beschrijven in dit geval mogelijkwerwijs zowel voor subkritische als voor superkritische stroming het moment, waarop de afvoer weer alleen uit water van de onderlaag gaat bestaan. De formules van hoofdstuk 2 geven dit moment alleen voor subkritische stroming aan.

De formule van Abraham geeft dus geen uitsluitel over de kritieke afvoer voor $h_r > \frac{3}{2} D$ voor het geval dat de afvoer t.g.v. de getijbeweging toeneemt, hetgeen wel het geval is met de in hoofdstuk 2 afgeleide formules.

In onderstaande figuur is het verloop van het verschil in waterstand aan weerszijden van het scherm met de tijd weergegeven. Het werkelijke verval is ϵh_z kleiner, daar het water aan de bovenstroomse zijde gelaagd is, terwijl het water benedenstrooms homogeen is. .

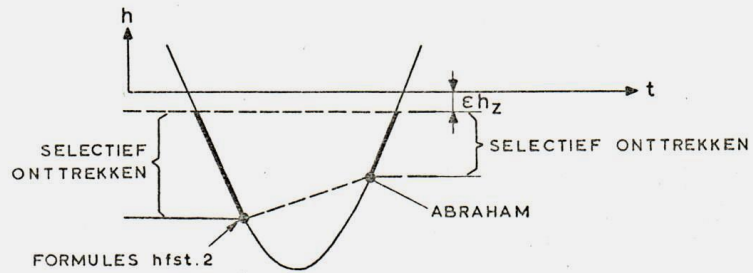
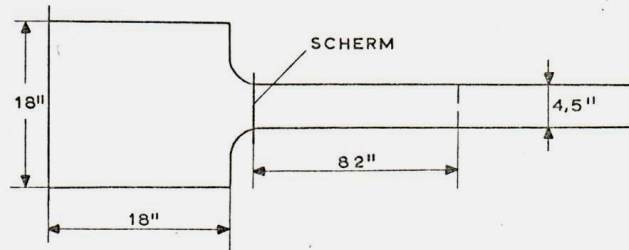


fig. 7

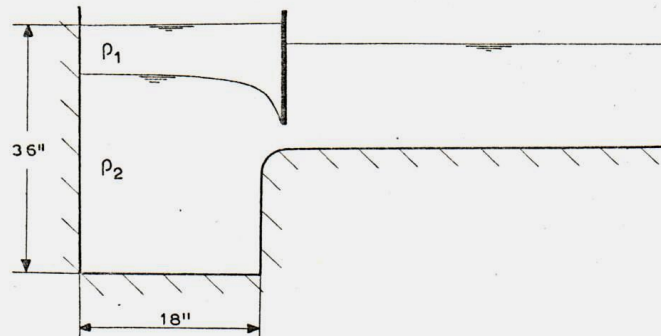
Voor het dimensioneren van een dichtheidsscherm voor een uitwateringssluis, zijn die formules van belang, die het eerste gedeelte van de lozing beschrijven. Hiervoor komen in aanmerking de nieuwe theorie, gegeven in hoofdstuk 2 en de tweede theorie van Harleman.

4. Een eerste toetsing aan resultaten van modelonderzoek ver-
richt door Harleman c.s.

Aan de hand van proevenseries van D. Harleman c.s. (lit. 3, 4)
is het mogelijk om in eerste instantie na te gaan of de nieuwe
theorie de werkelijkheid voldoende kan benaderen



BOVENAANZICHT



LANGSDOORSNEDE

fig. 8

De proevenseries, die Harleman c.s. uitgevoerd hebben, zijn
gedaan in een bak, die uit twee delen bestaat, nl. een reservoir
met een oppervlak van 18" x 18" en een diepte van 36", en een ka-
naal met een diepte van 18" en een breedte van 4,5" (= 11 cm).

De overgang van het reservoir naar het kanaal is afgerond.

De proeven van 1953 vallen in twee series uiteen. Bij de eerste serie is het scherm aan de ingang van het kanaal geplaatst, waardoor de wrijving te verwaarlozen is. Aan de hand van deze serie kunnen de formules het best getest worden. (tabel 1).

Formule (2-8) omgerekend naar in^2/sec wordt:

$$q_{\max} = 16,8 \sqrt{\epsilon} (h_1 + 0,636D)^{3/2} \text{ in}^2/\text{sec} \text{ ----- (2-8)*}$$

D [in]	h_1 [in]	ϵ	q_{\max} volgens(11)	b [in]	Q berekening	Q proef	$\frac{Q \text{ proef}}{Q \text{ berekening}}$
1,0	0,6	0,005	1,63	4,5	7,32	5,6	76,5
1,0	1,25	0,0049	3,03	4,5	13,6	9,0	66
1,5	0,85	0,006	3,15	4,5	14,2	10,3	73,6
1,5	1,1	0,0059	3,78	4,5	17	12,6	74,1
1,5	1,8	0,005	5,4	4,5	24,3	17,4	71,6
1,5	2,45	0,0046	7,14	4,5	32,1	23,2	72,3
2,0	0,9	0,0047	3,67	4,5	16,5	11,4	69,1
2	1,2	0,0046	4,41	4,5	19,9	14,2	71,5
2	1,5	0,0043	5,17	4,5	22,9	18,7	81,6
2,5	0,9	0,0025	3,3	4,5	14,85	11,4	76,8
2,5	1,3	0,0025	4,05	4,5	18,2	15,4	84,6
2,5	2,4	0,0025	6,68	4,5	30,1	22,0	73,2

Tabel 1

gemiddeld 74,2%

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 5,1\%$$

De standaardafwijking is een goede maat voor de betrouwbaarheid van de tendens van de formule. Gezien de lage standaardafwijking van 5,1% mag gezegd worden dat na het aanbrengen van een coëfficiënt (0,74) deze formule goed zou voldoen.

Indien de keuze op de aequipotentiaallijn van fig. 2b gevallen was, dan zou het gemiddelde voor deze proevenserie 76,1% geweest zijn met een standaardafwijking van 4,7%. Er blijkt dus weinig verschil in resultaat te bestaan m.b.t. de keuze van een van deze twee aequipotentiaallijnen.

*) Het eerste cijfer slaat op het hoofdstuk, waarin de formule voorkomt.

In 1965 komt Harleman met een nieuwe proevenserie. Hij legt nu zijn criterium met overigens dezelfde afmetingen van reservoir en kanaal, bij 1% resp. 2% meetrokken van water van de bovenlaag. De reden is dat dit criterium beter te bepalen is. Bij de serie van 1958 bleek nl. dat het erg moeilijk was om vast te stellen, wanneer het moment gekomen was, dat er water van de bovenlaag meegetrokken werd, waarmee tevens de resultaten van die proeven enigermate in twijfel werden getrokken.

Bij deze nieuwe proevenserie wordt de afvoer zo hoog opgevoerd dat zoet water wordt meegetrokken. Dan houdt men de afvoer constant en omdat aan het reservoir geen zoet water wordt toegevoegd (alleen zout water), zal het interne grensvlak gaan stijgen. Deze stijging is te berekenen. Op deze wijze is het criterium van 1% resp. 2% meetrokken van water van de bovenlaag te bepalen.

Door het stijgen van het interne grensvlak, wordt op een gegeven moment het punt bereikt waarop weer selectief wordt onttrokken. Dit punt wordt (blz. 13) beschreven door de theorie van Abraham, omdat de afvoer van de onderlaag een fractie voor dat moment bepaald wordt door de snelheidshoogte $h_p - D$ in relatie tot h_r . Vlak nadat weer selectief wordt onttrokken zal het stroombeeld bij het scherm zich weer op een subkritische stroming instellen. Aan het 1% meetrektingscriterium wordt in tabel 2 de theorie van Abraham getoetst. De formule van Abraham omgerekend naar in $^3/\text{sec}$ wordt:

$$Q_k = 27,8 \cdot b \cdot D \cdot \sqrt{E} \cdot \sqrt{h_r - D} \begin{cases} (2-10') \\ (3-21') \end{cases}$$

Proef no.	D [in]	h_r [in]	ϵ	b [in]	Q ber. [in ³ /sec]	Q proef [in ³ /sec]	$\frac{Q \text{ proef}}{Q \text{ berekening}}$ in %
11-1	1,5	2,04	0,0031	4,5	7,67	3,2	41,7
11-2	1,5	2,18	0,0031	4,5	8,59	5,2	60,5
11-3	1,5	2,55	0,0031	4,5	10,7	7,0	65,4
11-4	1,5	2,87	0,0030	4,5	12	10,2	85
11-5	1,5	3,22	0,0030	4,5	13,4	12,1	90,3
11-6	1,5	3,93	0,0030	4,5	16	16,6	103,8
11-7	1,5	4,86	0,0029	4,5	18,5	23	124,3
11-8	1,5	6,15	0,0028	4,5	21,3	31,7	148,8
12-1	1,5	2,75	0,0029	4,5	11,3	8,4	74,3
12-2	1,5	3,6	0,0029	4,5	14,6	13,5	92,5
12-3	1,5	4,51	0,0029	4,5	17,5	19,7	112,6
12-4	1,5	5,68	0,0028	4,5	20,2	27,3	135,1
12-5	1,5	7,7	0,0027	4,5	24,2	40,1	165,7
12-7	1,5	2,28	0,0023	4,5	7,94	5,8	73

Tabel 2

Gemiddeld 98,1%

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 35,7\%$$

Het verloop is opvallend. Voor kleine waarden van h_r geeft de formule van Abraham ongeveer dezelfde uitkomsten als de andere theoriën, maar voor de grotere waarden van h_r zijn de berekende afvoeren volgens de formule van Abraham veel kleiner dan de proefresultaten. Dit blijkt ook uit de standaardafwijking, die erg hoog is. De conclusie moet dan ook luiden, dat de formule van Abraham geen juist beeld geeft van wat er gebeurt.

Bij een recente modelproef werd waargenomen dat zich in het versnellingsgebied voor het scherm een menglaag ontwikkelt en dat daardoor bij het selectief onttrekken altijd enig zoet water wordt meegezogen. Is deze hoeveelheid $\cong 1\%$, dan mag in principe deze toets niet uitgevoerd worden. Wel kunnen in dat geval de 2e theorie van Harleman en de theorie van hoofdstuk 2 aan deze proefserie getoetst worden (tabel 3).

Proef no.	Q proef [in $\frac{3}{\text{sec}}$]	Q ber. (hfdst. 2)	$\frac{Q_{pr}}{Q \text{ ber.}}$ in %	Q ber. Harleman	$\frac{Q_{pr}}{Q \text{ ber.}}$ in %
11-1	3,2	7,6	42	7,8	41
11-2	5,2	8,76	59,4	8,5	61
11-3	7,0	11,9	58,9	10,6	66
11-4	10,2	14,6	69,9	12,9	79
11-5	12,1	18	67,3	14,8	82
11-6	16,6	25,6	64,7	20,2	82
11-7	23	36,3	63,4	27,1	85
11-8	31,7	52,9	59,9	38,2	83
12-1	8,4	13,3	63,3	11,5	73
12-2	13,5	21,7	62,3	17,3	78
12-3	19,7	31,9	61,7	24,3	81
12-4	27,3	46,3	59	33,3	82
12-5	40,1	75,3	53,2	52,1	77
12-7	5,8	8,24	70,4	8,3	70
			gemiddeld 61,1%	gemiddeld 74,3%	
			$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = 7,2\%$	$S = 11,9\%$	

Tabel 3

De hier gevonden standaardafwijkingen zijn veel beter, waarbij het fysische beeld het beste door de theorie van hoofdstuk 2 beschreven wordt.

Bij deze proevenserie stond het scherm niet aan de ingang van het kanaal, waardoor de wrijving niet verwaarloosd mag worden. Het gevolg is dat hieruit geen goede coëfficiënt gevonden kan worden om de formule naar de proefresultaten te herleiden. Enig uitsluitel hieromtrent geeft tabel 1. De coëfficiënt, die de correctie op de formule van hoofdstuk 2 geeft, zal ongeveer 0,75 zijn. Het blijft de vraag, wat hier de waarde van is, daar de afmetingen van de proefopstelling van Harleman zo klein zijn, dat men bezwaarlijk kan weten of er geen neveneffecten optreden en welke deze zijn. Bovendien is in de proefopstelling van Harleman het reservoir dieper dan de bodem van het toeleidingskanaal, terwijl in de schematisatie bij de theorie van hoofdstuk 2 uitgegaan wordt van een gelijke bodemligging. Het belangrijkste punt is echter, dat het moeilijk is het moment, waarop juist water van de bovenlaag wordt meegetrokken, te bepalen.

Uit de vergelijking van de theoriën en uit de voorlopige toetsing aan modelresultaten blijkt de in hoofdstuk 2 afgeleide theorie het best te voldoen, speciaal met betrekking tot de dimensionering van een dichtheidsscherm. T.z.t. zal deze theorie nog getoetst worden aan een proevenserie, die in het Waterloopkundig Laboratorium uitgevoerd zal worden.

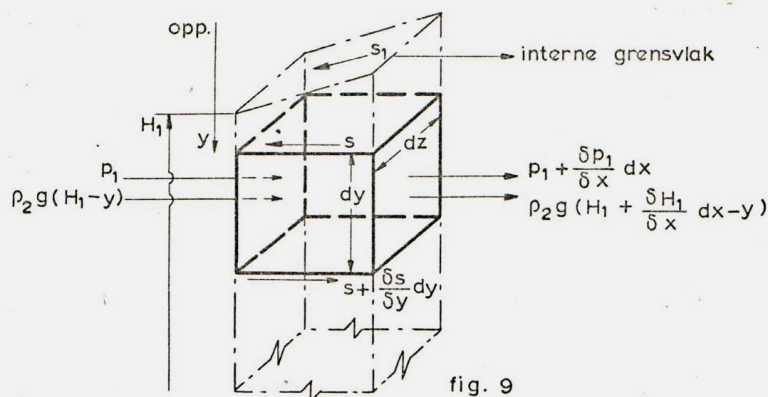
november 1972,



(ir W.B.P.M.Lases)

Appendix A

De krachtenvergelijking voor de onderlaag



Uit een waterkolommetje van de onderlaag wordt een vloeistofpakketje bekeken met de afmetingen dx , dy en dz . De krachtenvergelijking wordt beschreven door:

$$K = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

of te wel:

$$\frac{\delta s}{\delta y} dy dx dz - \frac{\delta p_1}{\delta x} dx dy dz - \rho_2 g \frac{\delta H_1}{\delta x} dx dy dz = \rho_2 dx dy dz \left(\frac{\delta v_2}{\delta t} + v_2 \frac{\delta v_2}{\delta x} \right) \quad (2)$$

Na integratie over de dikte van de onderlaag vindt men:

$$\rho_2 \left(\frac{\delta v_2}{\delta t} + v_2 \frac{\delta v_2}{\delta x} + g \frac{\delta H_1}{\delta x} \right) + \frac{\delta p_1}{\delta x} + \frac{s_1 - s_2}{a_2} = 0 \quad (3)$$

waarin s_2 de schuifspanning aan de bodem is en s_1 de schuifspanning aan het grensvlak.

De drukspanning op de diepte y is:

$$P(y) = P_{n-1} + \rho_n g (H_{n-1} - y) \quad (4)$$

waaruit volgt dat

$$\frac{\delta p_1}{\delta x} = \frac{\delta p_0}{\delta x} + \rho_1 g \frac{\delta a_1}{\delta x} \quad (5)$$

Vergelijking (3) wordt dan:

$$\rho_2 \left(\frac{\delta v_2}{\delta t} + v_2 \frac{\delta v_2}{\delta x} + g \frac{\delta H_1}{\delta x} \right) + \frac{\delta p_0}{\delta x} + \rho_1 g \frac{\delta a_1}{\delta x} + \frac{s_1 - s_2}{a_2} = 0 \quad (6)$$

N.B. In deze formules slaan de indices 1 en 2 op resp. de boven- en de onderlaag; n op de n^e laag.

Lijst van gebruikte symbolen

Symbool:		dimensie:
α	correctie op het niet uniform zijn van de snelheid over de verticaal.	
β	beschrijft een functie van θ	
ϵ	het relatieve dichtheidsverschil	
η	beschrijft een functie van het interne Froudegetal	
e	de hoek die een stroomlijn met de horizontale as maakt	rad.
π	constante $\approx 3,14$	
ρ_1	de dichtheid van de bovenlaag	kg/m ³
ρ_2	de dichtheid van de onderlaag	kg/m ³
$\Delta\rho$	het dichtheidsverschil tussen twee lagen	kg/m ³
b	de breedte van het dichtheidsscherf	m
e	constante $\approx 2,72$	
f_1	een functie van de kromtestraal	
f_2	een functie van θ	
g	versnelling van het zwaartekracht. (9,81)	m/sec ²
h_1	dikte van de onderlaag tussen het interne grensvlak en de onderkant van het scherm stroomopwaarts	m
h_2	dikte van de onderlaag tussen het interne grensvlak en de onderkant van het scherm t.p.v. het scherm	m
h_f	het wrijvingsverlies	m
h_r	de dikte van de onderlaag	m
h_z	de dikte van de bovenlaag	m
Δh_m	correctie op het gemiddelde piëzometrisch niveau t.o.v. dat bij een hydrostatische drukverdeling	m
k	beschrijft een functie van de spleetopening en de kromtestraal	

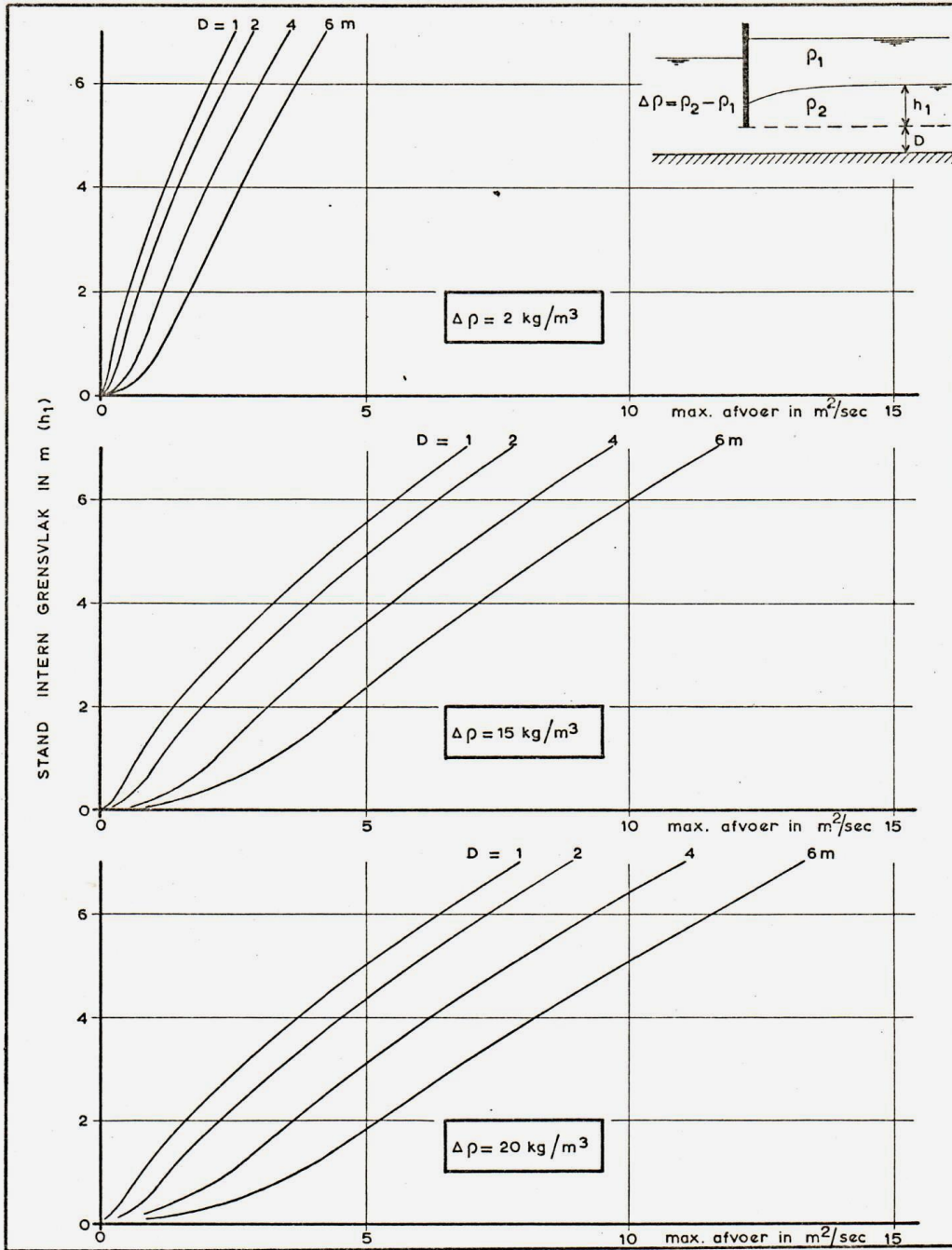
Symbool:		dimensie:
q	afvoer per m ¹ breedte	m ² /sec
q _k	kritieke afvoer voor selectief onttrekken	m ² /sec
q _{k,max}	de maximale kritieke afvoer voor selectief onttrekken	m ² /sec
q _{max}	de maximale afvoer van de onderlaag	m ² /sec
v ₂	de gemiddelde snelheid over de aequipotentiaallijn, die het interne grensvlak snijdt t.p.v. het scherm	m/sec
v _d	de snelheid in de opening van het scherm	m/sec
v _{d,max}	de maximale snelheid in de opening m.b.t. het selectief onttrekken	m/sec
y	de dikte van de onderlaag in het toeleidingskanaal	m
y _k	kritieke dikte van de onderlaag in het toeleidingskanaal	m
D	de hoogte van de opening in het scherm	m
F _i	het interne Froudegetal	
H _o	hoogte van het wateroppervlak t.o.v. het referentieniveau	m
H ₁	hoogte van het interne grensvlak t.o.v. het referentieniveau	m
Q	de afvoer	m ³ /sec
Q _d	de totale afvoer door de schermopening	m ³ /sec
Q _k	de kritieke afvoer van de onderlaag m.b.t. het selectief onttrekken	m ³ /sec
R	de kromtestraal van de stroomlijnen t.p.v. het scherm	m

Literatuuroverzicht

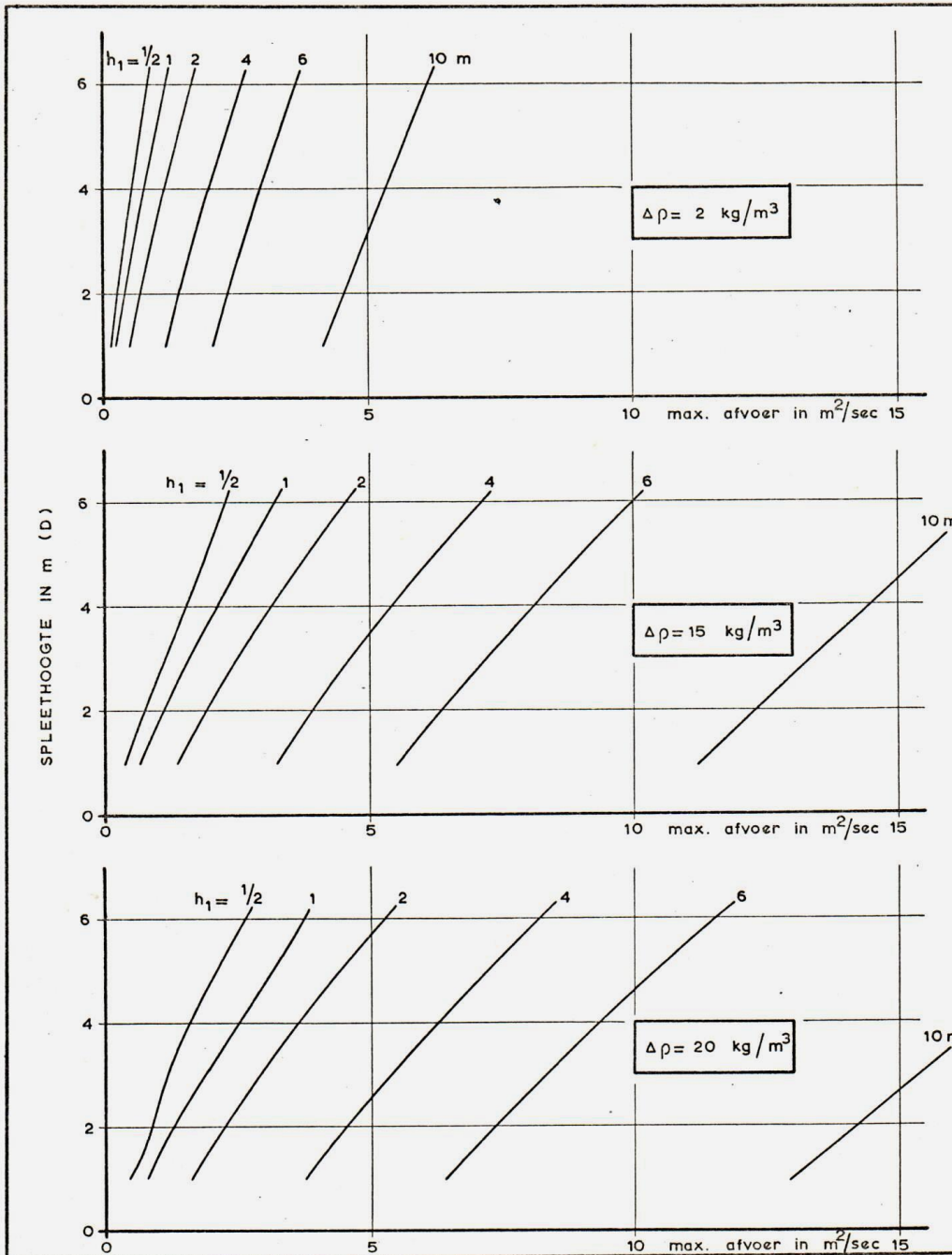
- 1 Prof. dr. ir. J.C.Schönfeld - Dichtheidsstromen -
T.H. Delft 1968
- 2 A.Craya en P.Gariél
Recherches théoriques sur l'écoulement de couches
superposées de fluides de densités différents
La Houille Blanche - jan.-febr. 1949
- 3 D.Harleman, R.Gooch, A.Ippen
Submerged sluice control of stratified flow
Journal of Hydraulics Division - april 1958
Proc. of the A.S.C.E.
- 4 D.Harleman, R.Elder
Withdrawal from two-layer stratified flows
Journal of Hydraulics Division - juli 1965
Proc. of the A.S.C.E.
- 5 Dr ir. G.Abraham
International course in hydraulic engineering refe-
rentic nota 1970 - 1971 Dist 5, van het Waterloop-
kundig Laboratorium te Delft
- 6 A.Khafagi en S. Hammad
Velocity and Pressure Distribution in Curved Stream-line
Flow uit:
Water and Water Engineering, maart 1954

Lijst van de bijlagen

- | | | |
|-----------|---|----------------|
| bijlage 1 | verband tussen de maximum afvoer en de stand van het grensvlak voor $\Delta p = 2; 15$ en 20 kg/m^3 | A1 nr. 72.1899 |
| bijlage 2 | verband tussen de maximum afvoer en de spleethoogte voor $\Delta p = 2; 15$ en 20 kg/m^3 | A1 nr. 72.1900 |
| bijlage 3 | verband tussen de maximum snelheden door de spleet en de stand van het interne grensvlak | A3 nr. 72.1901 |
| bijlage 4 | het verband tussen de relatieve dikte van de onderlaag en het interne Froudegetal voor de diverse theorieën | A2 nr. 72.2180 |



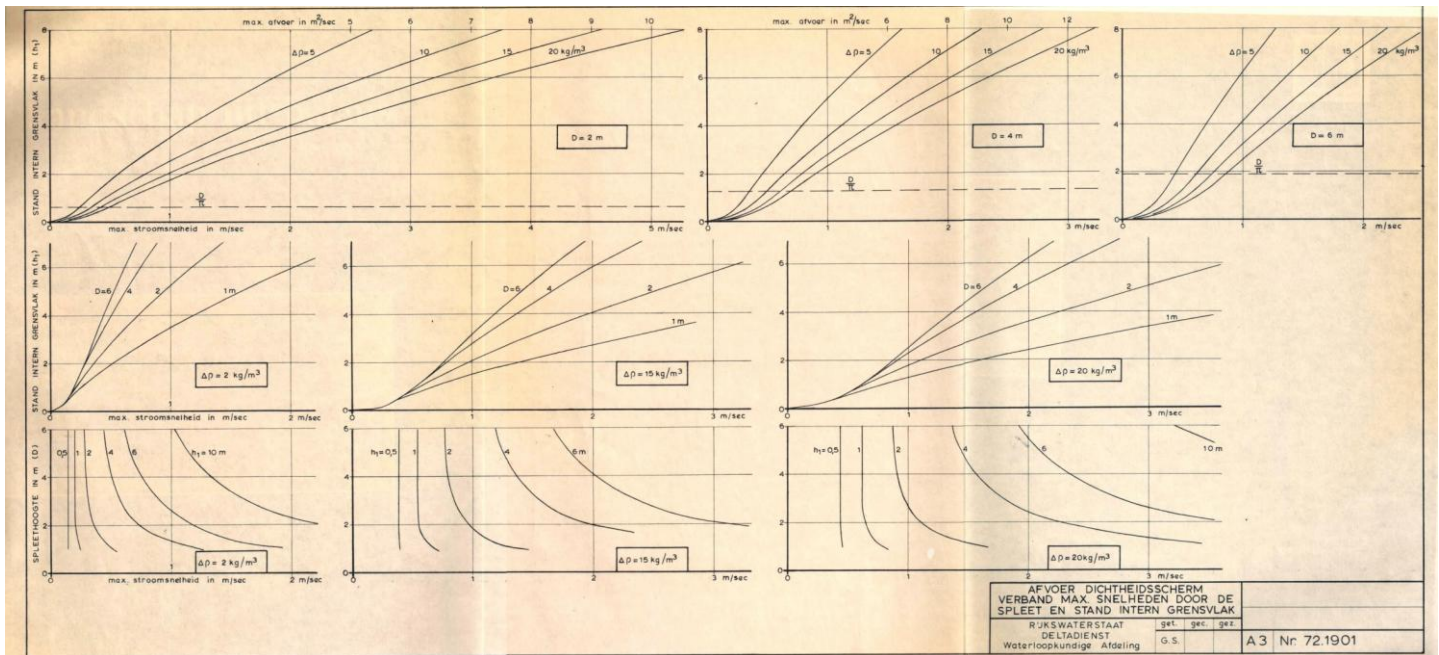
AFVOER DICHTHEIDSSCHERM VERBAND MAX. AFVOER EN STAND INTERN GRENSVLAK				
RUKSWATERSTAAT DELTADIENST Waterloopkundige Afdeling	get.	gec.	gez.	
				A1 Nr. 72.1899



AFVOER DICHTHEIDSSCHERM				
VERBAND MAX. AFVOER EN				
SPLEETHOOGTE				
RUKSWATERSTAAT DELTADIENST Waterloopkundige Afdeling	get.	gec.	gez.	A1 Nr. 72.1900

Behoort bij nota W-72.133

Bijlage 3



Bijlage 4

